

Probabilistyka - praca domowa nr 1

FizTech

14 marca 2021

Jest to przykładowe sprawozdanie, pokazujące możliwości \LaTeX 'a ładnego formatowania tekstu i pisania wzorów matematycznych. Zostaną przedstawione rozwiązania trzech zadań - 1(g), 2(h), 3(i), a całość zamknie się w mniej niż 2 stronach kartek A4.

Zadanie 1 (g)

Znajdź stałą normującą C oraz dystrybuantę $F(k)$ dyskretnego rozkładu jednostajnego

$$f(k) = C, \quad (1)$$

gdzie $k \in \{1, 2, \dots, 10\}$.

Aby wyznaczyć stałą C , trzeba przyrównać sumę prawdopodobieństw do jedynki

$$\sum_i f(i) = 1,$$

co w połączeniu z równaniem (1) daje nam

$$\sum_{i=1}^{10} f(i) = 10 \cdot C = 1, \quad (2)$$

skąd ostatecznie

$$C = \frac{1}{10}. \quad (3)$$

Z kolei dystrybuantę mogę zapisać jako

$$F(k) = \sum_{i=1}^k f(i) = \frac{k}{10}, \quad (4)$$

gdzie $k \in \{1, 2, \dots, 10\}$.

Zadanie 2 (h)

Znajdź stałą normującą C oraz dystrybuantę $F(x)$ ciągłego rozkładu o gęstości prawdopodobieństwa

$$f(x) = C \cdot x^2 I_{[0,1]}. \quad (5)$$

Aby znaleźć stałą C , przyrównuję poniższą całkę do 1

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

skąd otrzymuję równanie

$$\int_{-\infty}^{\infty} C \cdot x^2 I_{[0,1]} dx = \int_0^1 x^2 dx = C \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 \right) = \frac{C}{3} = 1. \quad (6)$$

Zatem ostatecznie

$$C = 3. \tag{7}$$

Mając stałą C mogę policzyć dystrybuantę, jako

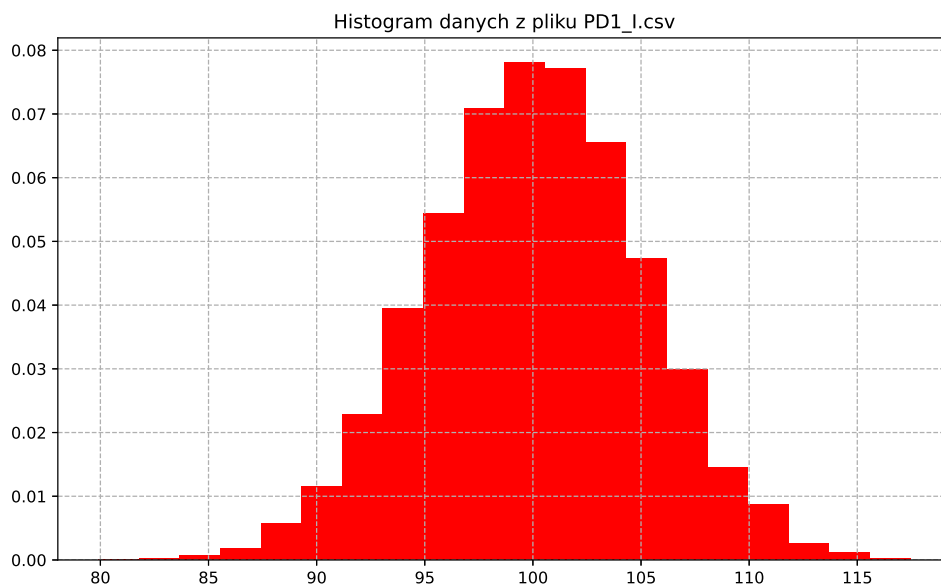
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y)dy = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \in (-\infty, 0] \\ \int_0^x 3y^2 dy & \text{gdy } x \in (0, 1] \\ \int_0^1 3y^2 dy & \text{gdy } x \in (1, \infty) \end{cases}, \tag{8}$$

co po obliczeniu całek wewnątrz ostatecznie otrzymamy

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \in (-\infty, 0] \\ x^3 & \text{gdy } x \in (0, 1] \\ 1 & \text{gdy } x \in (1, \infty) \end{cases}. \tag{9}$$

Zadanie 3 (i)

Narysuj histogram danych z pliku PD1_I.csv udostępnionych na stronie.



Rysunek 1: Histogram danych z pliku PD1_I.csv.