# Praca domowa nr 2

## Termin oddania: 18.04.2023

Uwaga - pracę domową należy przygotować w postaci sprawozdania w LaTeX'u - tutaj przykładowy raport wraz z kodem źródłowym. Papierową wersję należy przynieść bezpośrednio do mnie najpóźniej do 18.04.2023.

1. Oblicz odpowiedni moment $\mathbb{E}X^n$ (lub pokaż że nie istnieje) rozkładu:
   (a) Poissona $f(k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!}$, $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ (gdzie $\lambda \in \mathbb{R}_+$) dla $n = 2$
   (b) Bernoulliego $f(k) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$, $k \in \{0, 1, \dots, N\}$ (gdzie $p \in (0, 1)$, $N \in \mathbb{Z}_+$) dla $n = 1$
   (c) Pareto $f(x) = \frac{\alpha x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}} I_{[x_m,\infty)}(x)$, $x \in \mathbb{R}$ (gdzie $\alpha, x_m \in \mathbb{R}_+$) dla $n = 2$
   (d) Gaussa $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$, $x \in \mathbb{R}$ (gdzie $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma \in \mathbb{R}_+$) dla $n = 1$
   (e) gamma $f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} I_{(0,\infty)}(x)$, $x \in \mathbb{R}$ (gdzie $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+$, $\Gamma(x)$ to funkcja gamma) dla $n = 1$

2. W społeczeństwie na pewną chorobę cierpi $p$% osób. Wybieramy losową osobę i przeprowadzamy u niej test, którego czułość wynosi $c$%, a swoistość $s$%. Oblicz analitycznie i symulacyjnie (w sprawozdaniu wstaw kawałek kodu) prawdopodobieństwo, że:
   (a) osoba z dodatnim wynikiem jest chora, jeżeli $(p, c, s) = (5\%, 85\%, 65\%)$
   (b) test doprowadził do prawidłowej diagnozy, jeżeli $(p, c, s) = (5\%, 85\%, 65\%)$
   (c) osoba z ujemnym wynikiem jest zdrowa, jeżeli $(p, c, s) = (8\%, 95\%, 60\%)$
   (d) test doprowadził do złej diagnozy, jeżeli $(p, c, s) = (8\%, 95\%, 60\%)$
   (e) osoba z dodatnim wynikiem jest zdrowa, jeżeli $(p, c, s) = (10\%, 80\%, 70\%)$

3. Oblicz za pomocą metody Monte Carlo (i napisz dlaczego można ją stosować/ona działa) następujące całki (w sprawozdaniu wstaw kawałek kodu)
   (a)
   $$\int_{-1}^{1} \operatorname{sinc}(\pi x)\, dx = \int_{-1}^{1} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}\, dx$$
   (b)
   $$\int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$
   (c)
   $$\int_{-1}^{1} 2 - 2|x|\, dx$$
   (d)
   $$\int_{-1}^{1} \sin\left(\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right) dx$$
   (e)
   $$\int_{-1}^{1} \left(1 - \sqrt{|x|}\right)^{\frac{1}{3}} dx$$